Devoir à la Maison

Trigonométrie hyperbolique réciproque
à rendre le lundi 16 septembre 2013

■ ■ ■

Partie I : Trigonométrie hyperbolique réciproque

1. Définitions.

a) Montrer que la fonction cosh admet une fonction réciproque sur $\mathbb{R}_+$ notée argch. Préciser sa monotonie et ses ensembles de départ et d'arrivée.

b) Montrer que la fonction sinh admet une fonction réciproque sur $\mathbb{R}$ notée argsh. Préciser sa monotonie et ses ensembles de départ et d'arrivée.

c) Montrer que la fonction tanh admet une fonction réciproque sur $\mathbb{R}$ notée argth. Préciser sa monotonie et ses ensembles de départ et d'arrivée.

2. Pour tout x réel, déterminer $\cosh(\operatorname{argsh}(x))$ sous forme de radicaux.

Partie II : Expressions logarithmiques

3. On commence par étudier la fonction réciproque de la fonction cosinus hyperbolique. Soit $x \in [1, +\infty[$. On pose $y = \operatorname{argch}(x)$.

a) Montrer que e^y est racine d'un polynôme de degré 2.

b) En déduire, pour tout $x \in [1, +\infty[$, l'expression de $\operatorname{argch} x$ en fonction de x.

c) Déterminer le domaine de dérivabilité puis la dérivée de la fonction argch.

4. Reprendre la question précédente en considérant la fonction argsh puis la fonction argth.

Partie III : Résolution d'équation

5. Déterminer l'ensemble des réels x tels que $\operatorname{argth}(x) = \operatorname{argch}\left(\frac{1}{x}\right)$.