



## XXII - Espaces préhilbertiens réels

### XXII.1 - Produit scalaire

Produit scalaire : produits scalaires dans  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ,  $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$ .

Espace vectoriel préhilbertien / euclidien.

Inégalité de Cauchy-Schwarz (avec cas d'égalité).

Inégalité de Minkowski (avec cas d'égalité).

Norme euclidienne, Distance euclidienne.

Formule d'Al-Kashi, Identité de polarisation, Identité du parallélogramme.

### XXII.2 - Orthogonalité

Vecteurs orthogonaux, Sous-espaces vectoriels orthogonaux, famille orthogonale / orthonormée, Orthogonal d'un sous-espace vectoriel.

Orthogonalité & Somme directe.

Théorème de Pythagore.

Orthogonalité & Liberté.

Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, Existence / Complétion d'une base orthonormée.

Isomorphisme canonique de  $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  et  $\mathbb{R}^n$  muni du produit scalaire canonique.

### XXII.3 - Géométrie

Supplémentaire orthogonal d'un sev de dimension finie.

Projection / Symétrie orthogonale sur un sev de dimension finie.

Distance à un sev de dimension finie, Expression dans une base orthonormée.

Normale à un hyperplan, Ligne de niveau  $\langle \overrightarrow{AM}, \vec{n} \rangle = \lambda$ .

Distance à un hyperplan.

Espace vectoriel euclidien orienté, Produit mixte, Calcul de  $[f(u_1), \dots, f(u_n)]$ .

Orientation d'un hyperplan.

**Programme à venir (30/05/2016 - 03/06/2016) :**

Automorphismes orthogonaux.